Introduzione

La meccanica razionale è una disciplina che tradizionalmente si è collocata, fin dalla sua origine, nel quadro della *fisica matematica*: ciò significa che i suoi *contenuti* provengono interamente dalla *fisica*, mentre i suoi *metodi* non sono di natura sperimentale, ma sono completamente deduttivi come nella *matematica*.

La *meccanica razionale* non ha perciò il compito di preoccuparsi della parte sperimentale con la quale la fisica raggiunge le sue leggi fondamentali: viceversa presuppone come assiomi i principi della meccanica e parte da questi per costruire, facendo uso dell'*analisi matematica* e della *geometria*, una teoria *dimostrativa* e completamente *deduttiva*.

Usualmente un corso di *meccanica razionale* sviluppa la trattazione basandosi sui principi della meccanica *newtoniana*, escludendo dalla propria considerazione sia la *teoria della relatività* che la *meccanica quantica*.

Per aiutare a farsi un'idea di come viene organizzata la trattazione diciamo che essa comprende:

1 - una prima sezione, piuttosto ampia, che potremmo caratterizzare con il titolo un po' generico di *preliminari*, nel senso che ci fornisce tutti gli *strumenti*, le *definizioni* e i *teoremi* che si possono sviluppare senza far ricorso alla meccanica newtoniana vera e propria. In questa sezione includiamo:

— la teoria dei *vettori applicati*

— la *cinematica*

— la *geometria delle masse*, cioè quel capitolo che riguarda i concetti di *baricentro* e di *momento d'inerzia*

— la *cinematica delle masse*, cioè il capitolo relativo alla *quantità di moto, al momento della quantità di moto* e all'*energia cinetica*.

— l'introduzione del concetto di *forza*, di *lavoro* e di *potenziale*

2 - La seconda sezione introduce i principi della dinamica newtoniana, il concetto di *equilibrio* e sviluppa la *statica* dei sistemi.

3 - La terza parte, infine, è dedicata alla *dinamica*.

Ogni sezione viene poi sviluppata in relazione ai vari tipi di *corpi* dei quali considereremo rispettivamente *l'equilibrio* o *il moto*. In particolare ci occuperemo dei seguenti sistemi: il *punto*, il *corpo rigido*, il *sistema olonomo*, il *continuo deformabile*. Per ragioni didattiche, data la sua maggiore complessità, la meccanica del continuo sarà svolta alla fine, in un capitolo a parte, mentre il *punto*, il *corpo rigido*, il *sistema olonomo* vengono trattati in parallelo. Il capitolo della cinematica comprenderà così la cinematica del *punto*, del *corpo rigido*, del *sistema olonomo*; allo stesso modo saranno strutturati il capitolo della statica e quello della dinamica.

Sono previste poi diverse *appendici* al testo base, per consentire richiami ed approfondimenti abbastanza ampi, senza intralciare il filo conduttore dell'esposizione corrente.

Possiamo riassumere questo schema introduttivo nel seguente quadro.

Vettori applicati				
I - Cinematica	punto	corpo rigido	sist. olonomo	continuo
Geometria delle masse				
Cinematica delle masse	punto	corpo rigido	sist. olonomo	continuo
Lavoro e potenziale	punto	corpo rigido	sist. olonomo	continuo
II - Statica	punto	corpo rigido	sist. olonomo	continuo
III - Dinamica	punto	corpo rigido	sist. olonomo	continuo
Stabilità e oscillazioni				
Piano delle fasi				

PRELIMINARI

OG. Osservatori e grandezze

Per partire nella trattazione abbiamo bisogno di assumere, come acquisiti dalla fisica, il concetto di *osservatore* e le nozioni di grandezza *scalare* e *vettoriale*.

Un *osservatore* viene comunemente identificato, in meccanica classica, con un *sistema di riferimento*, generalmente *cartesiano ortogonale levogiro* — ma si possono usare anche altri tipi di sistemi di coordinate, a seconda delle necessità, come le coordinate *polari* ad esempio — che consente di riferire ad un'*origine* e agli *assi* le misure di *spazio*, e un sistema di orologi sincronizzati, posti in ogni punto dello spazio, per misurare il *tempo*.

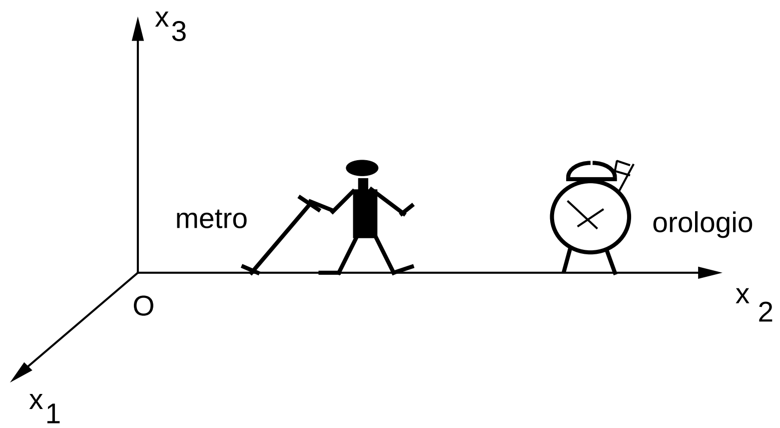

Figura OG. 1: un osservatore

Scalari

La fisica ci dice che esistono delle grandezze la cui misura si può identificare con un semplice numero: ad esempio il *tempo*, la *massa*, l'*energia*, ecc. Queste quantità vengono dette *scalari*. Va sottolineato, però che non tutte le quantità caratterizzabili con un solo numero sono, propriamente parlando, degli *scalari.*

> *Una grandezza si dice scalare quando il valore della sua misura non dipende dall'orientamento degli assi del sistema di riferimento.*

Perciò due o più osservatori che effettuano, nello stesso istante e nello stesso punto dello spazio, la misura di quella quantità, pur avendo scelto sistemi di assi diversamente orientati, otterranno lo stesso risultato.

Vettori

Altre grandezze necessitano, invece, di ulteriori specificazioni oltre al numero che misura la loro *intensità*, in quanto sono caratterizzate anche da una *direzione* e da un *verso* nello spazio. Queste quantità come lo *spostamento*, la *velocità*, la *forza*, ecc. si possono descrivere geometricamente mediante dei *segmenti orientati* e vengono dette *vettori*.

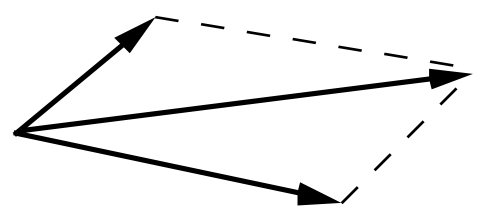

Figura OG. 2: composizione di vettori

Non tutte le grandezze dotate di *intensità* o *modulo* , *direzione* e *verso* però sono vettori, ma solo quelle per le quali si può dare come regola di somma (*composizione*) la cosiddetta *regola del parallelogrammo*. Per cui l'effetto complessivo di due grandezze vettoriali risulta avere *direzione* , *verso* e *modulo* dati dal vettore posto lungo la diagonale del parallelogrammo i cui lati sono i vettori relativi alle grandezze da comporre.

> *Una grandezza dotata di modulo, direzione e verso si dice vettore se obbedisce alla regola di somma del parallelogrammo.*

Useremo le seguenti notazioni:

— scriveremo AB per indicare il vettore di estremi A e B orientato da A verso B

— oppure useremo una lettera sola in carattere **grassetto**, come, per esempio $\boldsymbol{v}$. Nei testi scritti a mano useremo la sottolineatura al posto del grassetto: $\underline{v}$.

Il *modulo* di un vettore sarà indicato con $|AB|$ oppure con $|\boldsymbol{v}|$ o anche semplicemente con una lettera non sottolineata, come v.

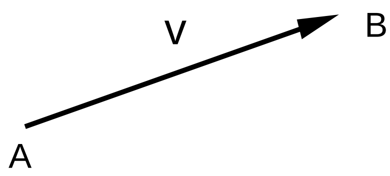

Figura OG. 3: notazioni per un vettore

Nell'esempio di figura (**??**) si ha che $\boldsymbol{v} = AB$

Operatori lineari

Esistono, poi in fisica, altri tipi di grandezze che non sono nè *scalari* nè *vettori*, ma compaiono in relazioni matematiche che legano tra loro due vettori. Per esempio, consideriamo l'azione di un *oggetto* che denotiamo con la scrittura $\underset{\sim}{A}$ che agisce su un vettore trasformandolo in un nuovo vettore. L'azione di $\underset{\sim}{A}$ trasforma il vettore $\boldsymbol{v}$ nel nuovo vettore $\boldsymbol{w}$. La grandezza $\underset{\sim}{A}$ prende il nome di *operatore lineare*. La sua azione tra vettori si scrive allora nella forma:

$$\boldsymbol{w} = \underset{\sim}{A}\,\boldsymbol{v}$$

Notiamo che le proprietà di $\underset{\sim}{A}$ sono determinate dal fatto che se il vettore di partenza obbedisce alla regola di somma del parallelogrammo, anche il vettore trasformato deve obbedire alla stessa regola. Un *operatore* descrive matematicamente l'effetto di un *agente* che *prende* un vettore, lo *ruota* e lo *deforma* *allungandolo* o *accorciandolo*.

Una grandezza si dice operatore lineare se trasforma la somma di due vettori nella somma dei loro trasformati.

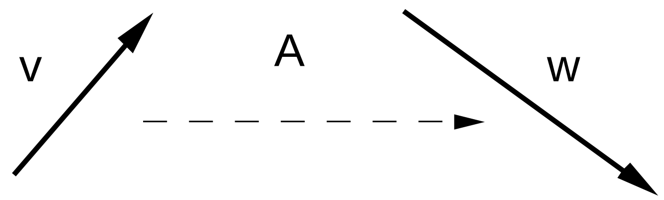

Figura OG. 4: azione di un operatore lineare su un vettore

— Richiami di calcolo vettoriale e matriciale si possono trovare nell'appendice *AL - Algebra vettoriale e matriciale.*